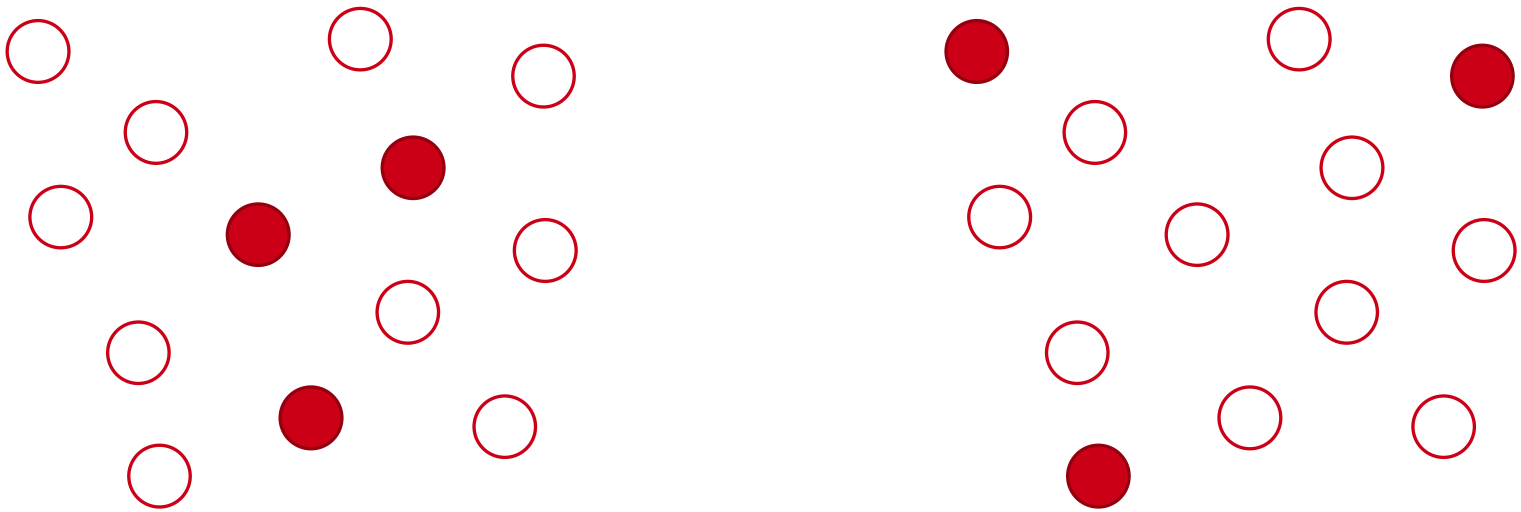
Un enfoque multi-objetivo para maximizar la diversidad

Pedro Casas-Martínez
Alejandra Casado-Ceballos
Jesús Sánchez-Oro Calvo
Eduardo G. Pardo

Universidad Rey Juan Carlos

Máxima diversidad

- Seleccionar un subconjunto de elementos de maximizando la distancia entre ellos.
  - Kuby, 1988



Máxima diversidad

- ¿Cuál es la mejor métrica?
  - Max-Sum, Max-Min, Min-Diff, etc.
- ¿Son equivalentes? ¿Hay algunas de ellas en conflicto?
- ¿Qué aporta cada métrica?

Propuesta

- Enfoque **multi-objetivo**
- Optimización de 5 de las métricas más extendidas de forma **simultánea**
  - Max-Sum, Max-Min, Max-MinSum, Min-Diff, Min-pCenter
  - Vera, K., et al. (2017)

Max-Sum Diversity

$$MSD(S) = \sum_{\substack{i,j \in S \\ i<j}} d_{ij}$$

- Maximizar la **suma** de distancias entre **seleccionados**

Max-Min Diversity

$$MMD(S) = \min_{\substack{i,j \in S \\ i<j}} d_{ij}$$

- La suma puede incluir dos elementos muy **cercanos** entre sí.
- Si la **distancia mínima** es alta, el resto será aún más alta.

Max-Min Sum Diversity

$$MMSD(S) = \min_{i \in S} \sum_{j \in (S \setminus \{i\})} d_{ij}$$

- Maximizar la **mínima suma** de cada seleccionado al resto.
- Intenta **agregar** características de las dos anteriores.

Min-Diff Diversity

$$MDD(S) = \max_{i \in S} \sum_{j \in (S \setminus \{i\})} d_{ij} - \min_{i \in S} \sum_{j \in (S \setminus \{i\})} d_{ij}$$

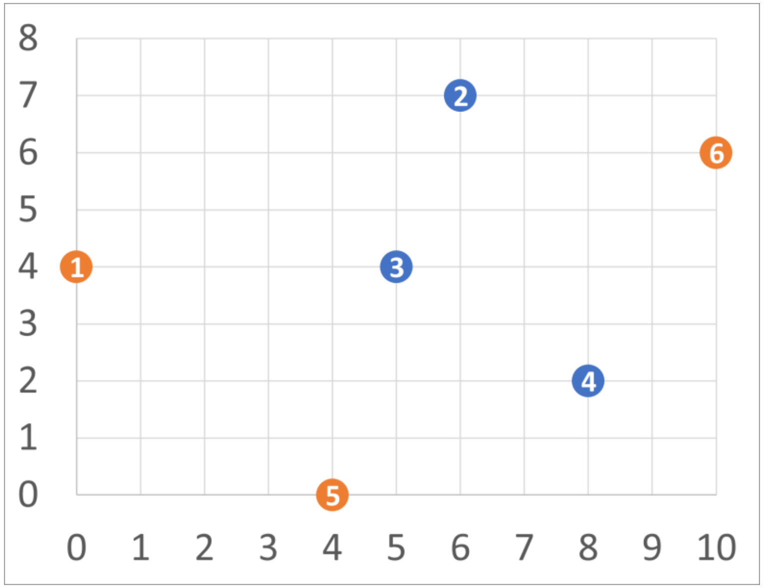
- En MMSD, puede que la **mínima** suma sea muy **pequeña** y el resto muy **grandes**.
- **Balancear** las diferencias.

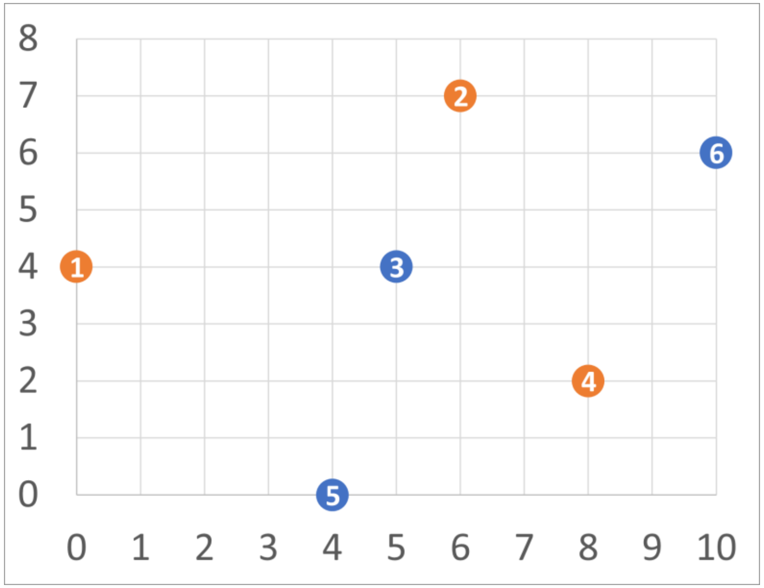
Min-pCenter Diversity

$$MPCD(S) = \max_{i \in (N \setminus S)} \left\{ \min_{j \in S} d_{ij} \right\}$$

- Los elementos **no seleccionados** deben acudir a los seleccionados (clientes).
- Trata de minimizar la máxima distancia entre cada no seleccionado y el seleccionado más cercano.

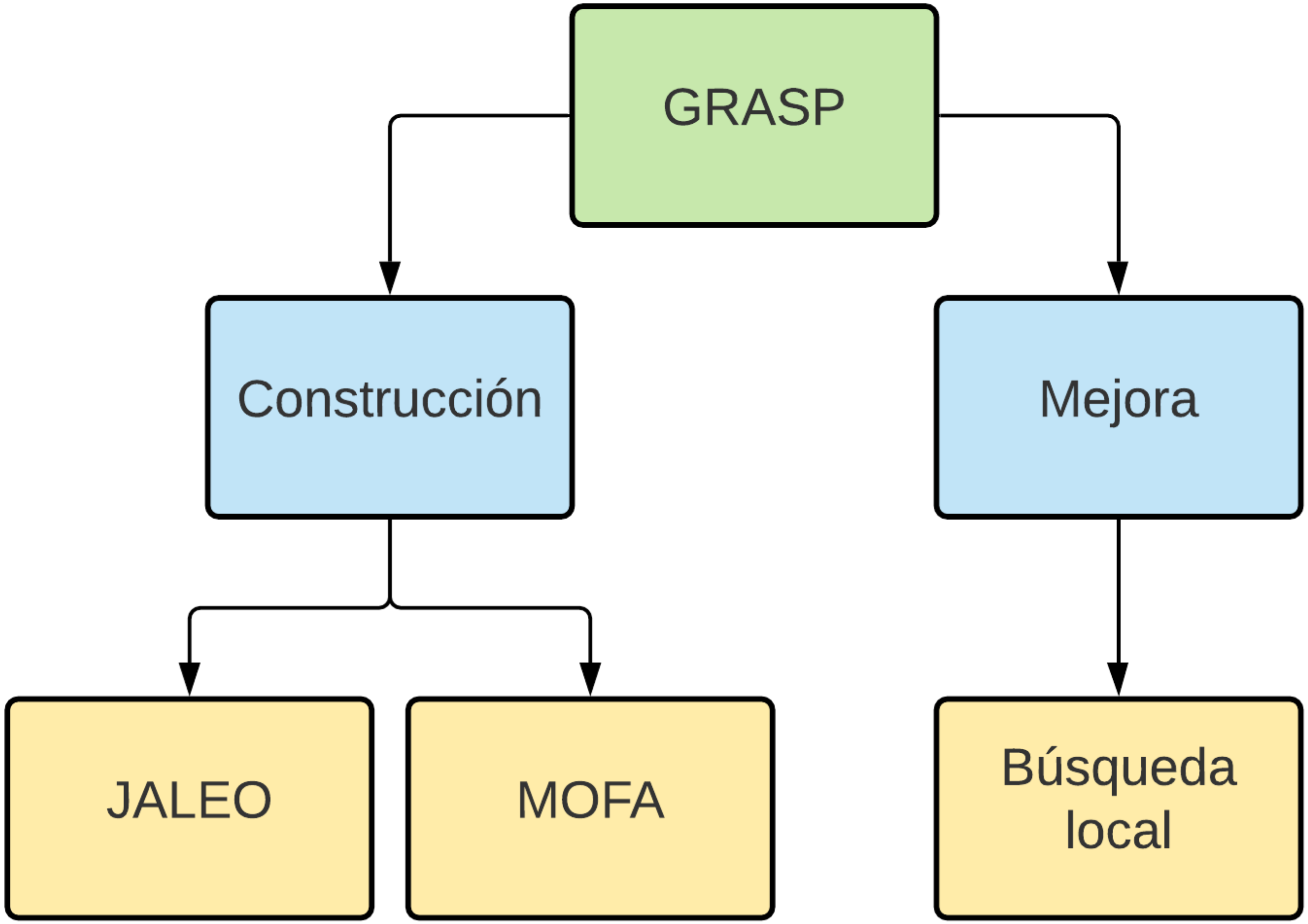
¿Es interesante el enfoque multi-objetivo?





Solución	MSD	MMD	MMSD	MDD	MPCD
S_1	20.34	5.39	12.09	$\mathbf{2.86}$	$\mathbf{4.47}$
S_2	$\mathbf{24.34}$	$\mathbf{5.66}$	$\mathbf{14.14}$	4.54	$\mathbf{4.47}$

Propuesta algorítmica



Construcción

Algorithm 1 `GRASP Constructive`(N, p, α)

$i \leftarrow RND(N)$
$S \leftarrow \{i\}$
$CL \leftarrow N \setminus \{i\}$
while $|S| < p$ **do**
  $g_{\text{mín}} \leftarrow \text{mín}_{c \in CL}\, g(c)$
  $g_{\text{máx}} \leftarrow \text{máx}_{c \in CL}\, g(c)$
  $\mu \leftarrow g_{\text{máx}} - \alpha \cdot (g_{\text{máx}} - g_{\text{mín}})$
  $RCL \leftarrow \{c \in CL : g(c) \geq \mu\}$
  $i \leftarrow RND(RCL)$
  $CL \leftarrow CL \setminus \{i\}$
  $S \leftarrow S \cup \{i\}$
end while
return S

¿Cómo elegimos la función voraz en un problema multi-objetivo?

Construcción

- **Joint Alternate Evaluation of Objectives (JALEO)**
  - Cada solución se construye utilizando como función voraz una de las funciones objetivo, alternando en cada construcción.
- **Mixed Objective Function Algorithm (MOFA)**
  - En cada construcción se consideran todas las métricas.
  - Se añade cada elemento en función de una métrica diferente.

Búsqueda Local

- Movimiento: **intercambio**, elimina un elemento e introduce otro en su lugar.
- Se explora el vecindario formado por las soluciones que pueden ser alcanzadas con un **único movimiento** de intercambio.
- No trata de optimizar **ninguna función objetivo** en concreto.

Búsqueda Local

- **First Improvement**
- **Orden** basado en la distancia a los seleccionados.
  - **Seleccionados**: del más cercano al más lejano.
  - **No seleccionados**: del más lejano al más cercano.
- **Mejora:** la solución entra al conjunto de soluciones no dominadas.

Resultados

- AMD EPYC 7282 (2.8 GHz) 8 GB RAM
- MDPLIB
  - 145 instancias
  - 10 – 500 elementos
  - 2 – 50 seleccionados

Métricas

- No se conoce óptimo: **frente de referencia (FR)**
- **Cobertura**: soluciones cubiertas por el FR
- **Hipervolumen**: volumen cubierto por el frente
- **Epsilon**: mínima distancia de cada punto al FR
- **Distancia generacional inversa**: distancia con el FR
- **Tiempo** de cómputo en segundos

Experimentación preliminar

- Subconjunto de 20 instancias
- Parámetro $\alpha = \{0.25, 0.50, 0.75, \boldsymbol{RND}\}$
- **JALEO** notablemente mejor que MOFA
  - La construcción simultánea en varios objetivos no produce buenos resultados
- Pruebas desde 100 hasta 1000 construcciones
  - Mejor valor: **700 construcciones**

Experimentación final

Algoritmo	$C(R, \hat{E})$	HV	EPS	$IGD+$	$Time(s)$	$\|\hat{E}\|$
$\boldsymbol{GRASP-JALEO}$	$\mathbf{0.27}$	$\mathbf{0.42}$	$\mathbf{0.15}$	202.01	$\mathbf{1.73}$	$\mathbf{762.45}$
$OMOPSO$	0.71	0.23	0.39	256.52	3.35	78.62
$NSGA-II$	0.45	0.35	0.28	213.73	22.23	87.07
$MOEA/D$	0.28	0.36	0.30	$\mathbf{183.62}$	25.29	20.56
$SMPSO$	0.74	0.22	0.40	261.46	5.83	58.09
$AbYSS$	0.65	0.29	0.25	220.04	8.41	68.91

Conclusiones

- Construir una solución con todos los objetivos a la vez **no** produce buenos resultados
- La búsqueda local explora de manera muy **eficiente** el vecindario
- No es necesaria ninguna **adaptación** para considerar métricas adicionales de diversidad
- https://grafo.etsii.urjc.es/momdp

Un enfoque multi-objetivo para maximizar la diversidad

Pedro Casas-Martínez

Alejandra Casado-Ceballos

Jesús Sánchez-Oro Calvo

Eduardo G. Pardo

Universidad Rey Juan Carlos